

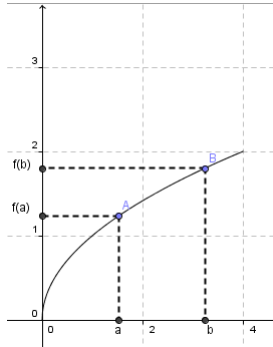
Sens de Variations



Plan

- Fonction strictement croissante
- Fonction strictement décroissante
- Exemple 1 : fonction affine
- Exemple 2 : fonction du second degré
- Exemple 3 : fonction homographique

Fonction strictement croissante



f est strictement croissante sur $I = [0 ; 4]$

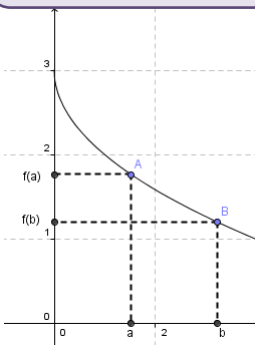
f est strictement croissante sur I si :

- pour tous a et b dans I ,
- $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$

En pratique :

- On calcule $f(b) - f(a)$
- On montre que $f(b) - f(a) > 0$ (positif)

Fonction strictement décroissante



f est strictement décroissante sur $I = [0 ; 4]$

f est strictement décroissante sur I si :

- pour tous a et b dans I ,
- $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$

En pratique :

- On calcule $f(b) - f(a)$
- On montre que $f(b) - f(a) < 0$ (négatif)

Exemple 1 : fonction affine

$$f(x) = -2x + 4 \quad D_f = \mathbb{R}$$

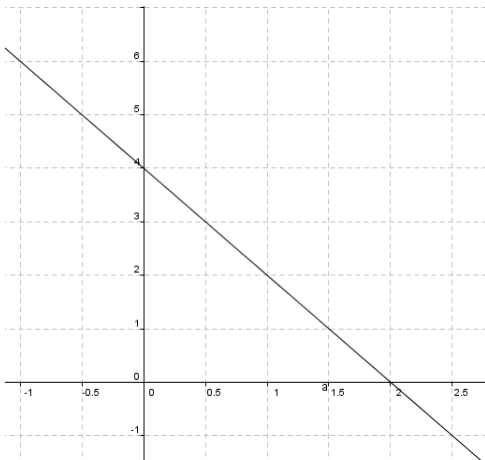
$$\begin{aligned} f(b) - f(a) &= (-2b + 4) - (-2a + 4) \\ &= -2b + 4 + 2a - 4 \\ &= -2b + 2a \\ &= 2(-b + a) \\ &= 2(a - b) \end{aligned}$$

	$-\infty$	$+\infty$
$a - b$		-
$f(b) - f(a)$		-

f est donc strictement décroissante sur \mathbb{R}

Exemple 1 : fonction affine

$$f(x) = -2x + 4 \quad D_f = \mathbb{R}$$



x	$-\infty$	$+\infty$
f	$+\infty$	$-\infty$

A red arrow points from the $+\infty$ value in the f row at $x = -\infty$ to the $-\infty$ value at $x = +\infty$, indicating a strictly decreasing trend.

Exemple 2 : fonction du second degré

$$g(x) = x^2 + 4x - 5 \quad D_g = \mathbb{R}$$

Montrer que g est strictement croissante sur $[-2; +\infty[$

$$\begin{aligned} g(b) - g(a) &= (b^2 + 4b - 5) - (a^2 + 4a - 5) \\ &= b^2 + 4b - \cancel{5} - a^2 - 4a + \cancel{5} \\ &= b^2 - a^2 + 4(b - a) \\ &= (b-a)(b+a) + 4(b-a) \\ &= (b-a)[(b+a) + 4] \\ &= (b-a)[b+a + 4] \end{aligned}$$

Exemple 2 : fonction du second degré

$$g(x) = x^2 + 4x - 5 \quad D_g = \mathbb{R}$$

Montrer que g est strictement croissante sur $[-2; +\infty[$

$$g(b) - g(a) = (b-a)[b+a + 4]$$

Or $-2 \leq a < b$

$-4 < a+b$

$0 < a + b + 4$

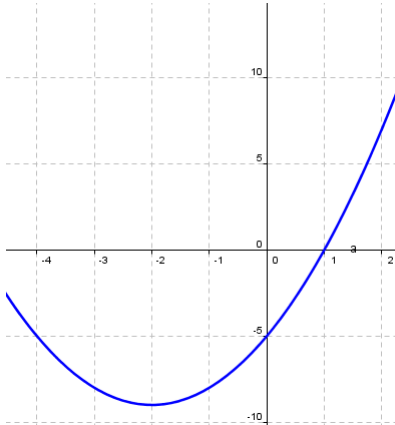
	-2	$+\infty$
$b-a$		+
$b+a+4$		+
$g(b) - g(a)$		+

g est donc strictement croissante sur $\mathbb{I} = [-2; +\infty[$

Exemple 2 : fonction du second degré

$$g(x) = x^2 + 4x - 5 \quad D_g = \mathbb{R}$$

Montrer que g est strictement croissante sur $[-2; +\infty[$



x	-2	$+\infty$
g	-9	$+\infty$

A red arrow points from the point (-2, -9) to the point $(+\infty, +\infty)$, indicating that the function is strictly increasing on this interval.

Exemple 3 : fonction homographique

$$h(x) = \frac{2x+1}{x-1} \quad D_h = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\begin{aligned}
 h(b) - h(a) &= \frac{2b+1}{b-1} - \frac{2a+1}{a-1} \\
 &= \frac{(2b+1)(a-1)}{(b-1)(a-1)} - \frac{(2a+1)(b-1)}{(a-1)(b-1)} \\
 &= \frac{[2ba - 2b + a - 1] - [2ab - 2a + b - 1]}{(b-1)(a-1)} \\
 &= \frac{\cancel{2ba} - 2b + a - \cancel{1} - \cancel{2ab} + 2a - b + \cancel{1}}{(b-1)(a-1)} \\
 &= \frac{-2b + a + 2a - b}{(b-1)(a-1)} = \frac{-3b + 3a}{(b-1)(a-1)} = \frac{3(a-b)}{(b-1)(a-1)}
 \end{aligned}$$

Exemple 3 : fonction homographique

$$h(x) = \frac{2x+1}{x-1} \quad D_h = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$h(b) - h(a) = \frac{3(a-b)}{(b-1)(a-1)}$$

$$\begin{cases} a < b \\ a-b < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-1 \geq 0 \\ a \geq 1 \end{cases}$$

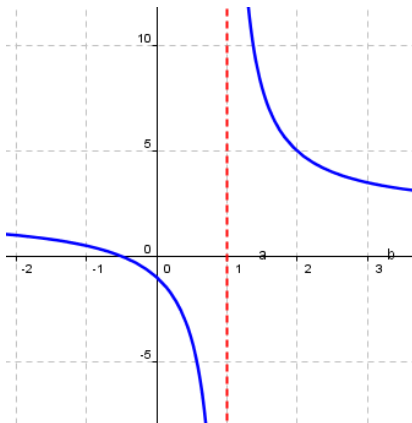
$$\begin{cases} b-1 \geq 0 \\ b \geq 1 \end{cases}$$

	$-\infty$	1	$+\infty$
a-b	-		-
b-1	-	0	+
a-1	-	0	+
h(b)-h(a)	-		-

h est donc strictement décroissante sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Exemple 3 : fonction homographique

$$h(x) = \frac{2x+1}{x-1} \quad D_h = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$



x	$-\infty$	1	$+\infty$
h	2		$+\infty$
			2
			$-\infty$